

Анализ и математическое моделирование международной трудовой миграции

Лукина Александра Андреевна

Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра математической теории экономических решений
Старший преподаватель
alexandra_lukina@inbox.ru

Прасолов Александр Витальевич

Санкт-Петербургский государственный университет
Заведующий кафедрой моделирования экономических систем
Доктор физико-математических наук, профессор
alexander.prasolov@gmail.com

РЕФЕРАТ

В работе предложена динамическая модель, описывающая односторонний поток трудовой миграции. При построении модели принято предположение, что миграция тем интенсивнее, чем выше производительность труда в принимающей стране по сравнению с производительностью труда в отправляющей стране. Приведены соответствующие теоретические и эмпирические основания данного предположения. В рассмотрение включены денежные переводы, осуществляемые мигрантами. Считается, что трансферты, полученные от мигрантов, в отправляющей стране делятся на инвестиции и потребление. При условии, что численности собственного населения принимающей и отправляющей стран постоянны, математически модель представляет собой автономную нелинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка. Найдено стационарное состояние системы, предложена его экономическая интерпретация. В рамках модели изучено влияние миграции на экономики принимающей и отправляющей стран. Выявлено, что с течением времени может наблюдаться выравнивание производительностей труда в отправляющей и принимающей странах.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

математическое моделирование, международная трудовая миграция, экономический рост

Lukina A. A., Prasolov A. V.

Analysis and Mathematical Modelling of International Labor Migration

Lukina Alexandra Andreevna

Saint-Petersburg State University (Russian Federation)
Department of Mathematical Theory of Economic Decision Making
Senior lecturer
alexandra_lukina@inbox.ru

Prasolov Alexander Vitalievich

Saint-Petersburg State University (Russian Federation)
Head of Department of Mathematical Modelling of Economical Systems
Doctor of Science (Physics and Mathematics), Professor
alexander.prasolov@gmail.com

ABSTRACT

In this paper we propose a dynamic model of one-way migration flow. The model is constructed under the hypothesis that immigration grows when the labor productivity of the recipient country increases in comparison with the labor productivity of the donor country. Theoretical and empirical arguments for subsistence of this rule are presented. Migrant's remittances are included in the model framework. It is assumed that remittances are used for both consumption and capital investment in the donor country. If the native populations of the recipient and the donor countries are

constant, the model is mathematically represented by the third order nonlinear autonomous system of differential equations. The system steady state is found, the economic interpretation of the equilibrium is given. Within the bounds of the model the impact of migration on recipient and donor countries economies is analyzed. Gradual equalizing of the donor country labor productivity with the recipient country labor productivity could be revealed.

KEYWORDS

mathematical modelling, international labor migration, economic growth

Введение

Международная миграция играет в современной экономической жизни колоссальную роль. Согласно International Migration Outlook 2014¹ в большинстве государств-членов Организации экономического сотрудничества и развития (ОЭСР/OECD) доля иммигрантов продолжает расти. На 2014 г. в этих странах уже пребывало около 115 млн иммигрантов, что составляет приблизительно 10% населения. Ежегодный миграционный приток в страны ОЭСР близок к 4 млн человек.

Существует несколько теоретических концепций, стремящихся объяснить перемещение рабочей силы. Перечислим основные.

- *Неоклассическая теория миграции* в качестве основного объекта рассмотрения выделяет рынок труда [4, 8]. Согласно этой теории важнейшей причиной миграционного перемещения является различие в уровнях заработных плат между странами.
- «*Новая экономика миграции*» предполагает, что существуют и другие мотивации для миграции, различие в уровнях заработных плат не является необходимым условием для принятия решения о миграции в другую страну [10]. Объектом изучения в рамках данной теории является не отдельный индивид, а семья (домохозяйство).
- *Теория дуальности рынка труда* объясняет массовость миграционных перемещений существенным увеличением спроса на труд в современных индустриальных обществах [7].
- *Теория общемировой миграционной системы* предполагает, что значительные миграционные потоки связывают бывшие метрополии с их бывшими колониями [11].

В предлагаемой работе с использованием базовых положений неоклассической теории миграции строится математическая модель, описывающая односторонний миграционный поток, связывающий отправляющую и принимающую страны. Из множества разнообразных причин принятия решения о миграции в процессе моделирования выбирается единственный экономический фактор — различие в уровнях заработных плат. Точнее, считается, что миграция тем интенсивнее, чем выше производительность труда в принимающей стране по сравнению с производительностью труда в отправляющей стране. При условии выполнения распространённого предположения о существовании прямой зависимости между производительностью труда и заработной платой это и означает, что чем выше заработная плата в принимающей стране по сравнению с отправляющей, тем привлекательнее для мигрантов оказывается страна-реципиент.

Последняя идея уже использовалась авторами при построении модели управляемой трудовой миграции в принимающую страну из «внешнего мира», производительность труда в котором считалась постоянной. Общее исследование этой

¹ International Migration Outlook 2014. [Электронный ресурс]. URL: <http://ekke.gr/ocd/wp-content/uploads/2014/12/SOPEMI-2014-E.pdf> (дата обращения: 08.10.2015).

модели проведено в [5, 6]. В работе [1] в рамках модели изучалось влияние иммиграции на экономический рост принимающей страны, в качестве которой была рассмотрена Российская Федерация.

Целью данной работы является построение расширенной модели, на основе которой возможно изучение влияния миграции на экономики принимающей и отправляющей стран.

Влияние односторонней миграции на экономику принимающей и отправляющей стран в рамках теоретического подхода в простейшем случае изучается на основе базовой статической модели предложения труда. В рамках данного подхода размеры экономики отправляющей страны уменьшаются, в то время как производительность труда растет; в принимающей стране имеет место прямо противоположная ситуация. Те же самые выводы могут быть получены при включении экзогенно задаваемой миграции в стандартную модель Солоу. Эмпирические исследования подтверждают результаты относительно роста/снижения общего выпуска в отправляющих/принимающих странах, что касается выпуска на душу населения, то на практике могут наблюдаться различные изменения этого показателя [3].

В построенной модели также учитываются трансферты, осуществляемые мигрантами. Трансферты составляют значительную часть ВВП многих отправляющих стран, поэтому учитывать их влияние на экономический рост как стран-доноров, так и стран-реципиентов, представляется крайне важным [9].

Эмпирические основания

Подтвердим эмпирически принятое предположение о том, что миграционные потоки идут из стран с низкой производительностью труда в страны с более высокой производительностью. Евростат¹ предоставляет данные об иммиграции для следующих 45 стран: 28 государств, состоящих в Евросоюзе, а также Исландии, Норвегии, Швейцарии, Македонии, Турции, Белоруссии, Боснии и Герцеговины, Молдовы, России, Киргизии, Таджикистана, Узбекистана, Армении, Азербайджана, Израиля. Вычислим производительности труда в указанных странах, определяемые как отношения выпуска к численности занятого населения, по данным Penn World Table, Version 8.1², за 2011 г., а затем найдем среднее этих производительностей и рассмотрим отклонения производительностей в указанных странах от этого среднего значения. В качестве единиц выпуска здесь выбраны 10 млрд долл. США 2005 г., а в качестве единицы численности населения — миллионы человек (млн чел.).

Страны, *производительность труда в которых ниже среднего значения, равного 0.515:*

- 1) меньше среднего значения более чем на 0,4: Киргизия, Таджикистан;
- 2) меньше среднего значения на 0,3–0,4: Армения, Азербайджан, Молдова, Узбекистан;
- 3) меньше среднего значения на 0,2–0,3: Болгария, Румыния;
- 4) меньше среднего значения на 0,1–0,2: Босния и Герцеговина, Белоруссия, Венгрия, Литва, Латвия, Македония, Россия;
- 5) меньше среднего значения не более чем на 0,1: Чехия, Эстония, Хорватия, Мальта, Польша, Португалия, Словения, Словакия, Турция;

¹ Eurostat. Your key to European statistics. [Электронный ресурс]. URL: <http://ec.europa.eu/eurostat/data/database> (дата обращения: 08.10.2015).

² Penn World Table, Version 8.1 [Электронный ресурс]. URL: <http://www.rug.nl/research/ggdc/data/penn-world-table> (дата обращения: 01.11.2015).

Страны, производительность труда в которых выше среднего значения:

- 1) больше среднего значения не более чем на 0,1: Кипр, Израиль, Греция, Исландия;
- 2) больше среднего значения на 0,1–0,2: Австрия, Германия, Дания, Испания, Финляндия, Великобритания, Швеция;
- 3) больше среднего значения на 0,2–0,3: Бельгия, Италия, Люксембург, Нидерланды, Франция, Швейцария;
- 4) больше среднего значения более чем на 0,6: Норвегия и Ирландия.

Обратимся теперь к данным по иммиграции и посмотрим, в какие группы стран идет основной приток мигрантов. Лидеры по общему притоку мигрантов: Германия (после 2010 г. не менее 400 тыс. чел. в год, а в 2013 г. — 692 713 чел.), Великобритания (после 2010 г. ок. 500 тыс. чел. в год), Италия (не менее 300 тыс. чел. в год после 2010 г. и почти 0,5 млн чел. в 2010 г.), Испания и Франция (после 2010 г. ок. 300 тыс. чел. в год). Все перечисленные страны относятся к 7-й и 8-й группам по нашему разделению, т. е. фактически относятся к государствам с самой высокой производительностью труда. Общий приток иммигрантов в Норвегию после 2010 г. составляет 60–70 тыс. чел. в год, в Ирландию — 50–60 тыс. чел. в год (отметим, что до 2008 г. приток мигрантов в Ирландию превышал 100 тыс. чел. в год). Последнее объясняется, по-видимому, тем, что Ирландия и Норвегия относятся к странам с весьма жесткой иммиграционной политикой¹. В табл. 1 и 2 представлена численность мигрантов из Африки и Азии в европейские страны. Основными направлениями для миграции из Африки и Азии также являются перечисленные выше страны.

Наиболее привлекательными для эмигрантов из России являются Германия, Испания, Италия, Финляндия, Швеция, т. е. опять же страны 7-й — 8-й групп.

Безусловно, при принятии решения мигранты учитывают и массу других факторов, таких как, например, территориальная близость или политические и исторические отношения между странами эмиграции и иммиграции. Данные Евростата относительно численности мигрантов из Таджикистана, Киргизии и других стран, оказавшихся в самых низкопроизводительных группах, являются крайне неполны-

Таблица 1

**Приток иммигрантов из Азии, 2005–2011 гг.
(численность чел., «—» — отсутствующие данные)**

Страна	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Испания	36292	35 355	45 699	47 567	32 815	37 649	36 002
Великобритания	164 871	197 442	189 304	—	—	—	—
Италия	—	—	—	63 224	72 178	88 768	77 995
Германия	94 477	83 164	83 985	91 549	—	—	—
Нидерланды	15 904	17 217	19 083	24 728	21 375	21 400	22 341
Швеция	16 312	30 729	31 709	31 324	31 397	28 605	27 647
Чехия	9209	12 494	22 550	—	—	—	—
Норвегия	8754	8583	10 295	10 591	11 563	11 731	11 048

¹ Колев Г. В. Миграционная политика Европейских стран [Электронный ресурс]. URL: http://www.spain.com.ua/article/politica_de_inmigracion_de_paises_europeos (дата обращения: 20.10.2015).

Приток иммигрантов из Африки, 2005–2011 гг.
(численность чел., «—» — отсутствующие данные)

Страна	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Испания	102 324	92 277	110 848	111 040	70 771	50 341	48 374
Великобритания	62 559	47 771	46 159	—	—	—	—
Италия	—	—	—	78 166	74 393	77 749	66 325
Германия	27 355	25 585	25 056	25 156	—	—	—
Нидерланды	9444	8819	8994	11 418	13 064	11 802	10 175
Швеция	5372	8320	8971	9778	13 274	13 474	10 139

ми, тем не менее, даже по этим данным можно заключить, что в основном миграция из этих стран идет в Россию.

Производительность труда в России, безусловно, выше, чем в этих странах, и Россия является в данном случае основным направлением для миграции именно в силу территориальной близости и общего исторического прошлого, в то время как более высокопроизводительные страны оказываются не столь привлекательными для миграции.

Тем не менее, значительные по численности потоки миграции идут из стран с низкой производительностью труда в более высокопроизводительные страны.

Модель

Математическая модель построена в непрерывном времени в виде балансовых соотношений [2].

Рассмотрим односторонний миграционный поток, связывающий отправляющую и принимающую страны. Будем считать, что в течение рассматриваемого периода производительности в этих странах могут меняться, но соотношение между ними не меняется: производительность в принимающей стране все время выше, чем в отправляющей. Все величины, соответствующие принимающей стране, будем индексировать буквой «*r*», отправляющей — «*s*».

Пусть E_r — общая численность занятого населения принимающей страны, которая складывается из численностей собственного занятого населения N_r и мигрантов M : $E_r = N_r + M$. Предполагая, что указанные величины зависят от времени t , имеем очевидное равенство:

$$\dot{E}_r = \dot{N}_r + \dot{M}. \quad (1)$$

Основное предположение модели, состоящее в том, что миграция тем интенсивнее, чем выше производительность труда в принимающей стране по сравнению с производительностью труда в отправляющей стране, формализуется следующим образом:

$$\dot{M} = \alpha(z_r - z_s), \quad (2)$$

где $z_r = \frac{F_r(K_r, E_r)}{E_r}$ и $z_s = \frac{F_s(K_s, E_s)}{E_s}$ — производительности труда в принимающей и отправляющей странах соответственно. Здесь $Y_i = F_i(K_i, E_i) = a_i K_i^{\beta_i} E_i^{1-\beta_i}$ — двухфакторная производственная функция Кобба—Дугласа (разумеется, мы не настаиваем на выборе именно такой производственной функции, а рассматри-

ваем ее в качестве простейшего примера), K_i — основной капитал, E_i — численность занятого населения; $a_i > 0$, $0 < \beta < 1$ — константы; $i = r, s$. Коэффициент $\alpha > 0$ показывает, насколько привлекательна для мигрантов более высокая производительность труда в принимающей стране.

Динамика капитала принимающей страны описывается стандартным уравнением теории роста:

$$\dot{K}_r = -\delta_r K_r + p_r F_r(K_r, E_r) = -\delta_r K_r + p_r F_r(K_r, N_r + M), \quad (3)$$

где $0 < \delta_r < 1$ — коэффициент выбытия капитала, а $0 < p_r < 1$ — коэффициент, отражающий, какая доля выпуска в каждом периоде инвестируется в основной капитал в принимающей стране (норма сбережения).

Далее, в принимающей стране на потребление идет $(1 - p_r) \cdot F_r(K_r, N_r + M)$, мигрантами при этом потребляется доля выпуска, равная доле их численности в общей численности населения принимающей страны, а именно $(1 - p_r) \cdot \frac{M}{N_r + M} \cdot F_r(K_r, N_r + M)$. Таким образом, мы считаем, что доля выпуска, идущая на потребление, делится между местным населением и мигрантами «честно».

Кроме того, будем считать, что долю s от $(1 - p_r) \cdot \frac{M}{N_r + M} \cdot F_r(K_r, N_r + M)$ мигранты отправляют домой в виде трансфертов, сокращая при этом свое потребление.

Динамика численности занятого населения отправляющей страны описывается уравнением:

$$\dot{E}_s = \dot{N}_s - \dot{M}. \quad (4)$$

В отправляющей стране получено $s \cdot (1 - p_r) \cdot \frac{M}{N_r + M} \cdot F_r(K_r, N_r + M)$ и произведено $F_s(K_s, E_s)$. Предположим, что как выпуск, так и трансферты, полученные от мигрантов, в отправляющей стране делятся на инвестиции и потребление. Тогда динамика капитала в отправляющей стране описывается уравнением:

$$\dot{K}_s = -\delta_s K_s + p_s F_s(K_s, E_s) + \widetilde{p}_s \cdot s \cdot (1 - p_r) \cdot \frac{M}{N_r + M} \cdot F_r(K_r, N_r + M). \quad (5)$$

Здесь помимо стандартных и описанных выше коэффициентов $0 < \delta_s < 1$ и $0 < p_s < 1$ введен еще один дополнительный коэффициент $\widetilde{p}_s$, обозначающий долю трансфертов, полученных от мигрантов, идущую на сбережения. Чем беднее отправляющая страна, тем ближе $\widetilde{p}_s$ к нулю, потому что тогда все переводы, полученные от мигрантов, идут исключительно на потребление.

В стационарном состоянии $\dot{N}_r = 0$, $\dot{N}_s = 0$, $N_r \equiv \overline{N}_r$, $N_s \equiv \overline{N}_s$. Будем всюду далее считать, что численности собственного населения отправляющей и принимающей стран постоянны. Тогда уравнения (1)–(5) можно переписать в терминах M , K_r и K_s :

$$\dot{M} = \alpha \left(a_r \left(\frac{K_r}{\overline{N}_r + M} \right)^{\beta_r} - a_s \left(\frac{K_s}{\overline{N}_s - M} \right)^{\beta_s} \right), \quad (6)$$

$$\dot{K}_r = -\delta_r K_r + p_r a_r K_r^{\beta_r} (\overline{N}_r + M)^{1-\beta_r}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{K}_s = & -\delta_s K_s + p_s a_s K_s^{\beta_s} (\overline{N}_s - M)^{1-\beta_s} + \\ & + \widetilde{p}_s \cdot s \cdot (1-p_r) \cdot \frac{M}{\overline{N}_r + M} \cdot a_r K_r^{\beta_r} (\overline{N}_r + M)^{1-\beta_r}. \end{aligned} \quad (8)$$

Проведем исследование системы (6)–(8). При $s \neq 0$ и $\widetilde{p}_s \neq 0$ система имеет единственное стационарное состояние, которое может быть найдено по следующим формулам:

$$M^* = \frac{\overline{N}_s \cdot \left(\left(\frac{\gamma}{a_s} \right)^{1/\beta_s} - \frac{\gamma p_s}{\delta_s} \right)}{\left(\frac{\gamma}{a_s} \right)^{1/\beta_s} - \frac{\gamma p_s}{\delta_s} + \frac{\gamma \widetilde{p}_s s \cdot (1-p_r)}{\delta_s}}, \quad (9)$$

$$K_r^* = \frac{\left(\frac{\gamma}{a_r} \right)^{1/\beta_r} \cdot \left(\left(\left(\frac{\gamma}{a_s} \right)^{1/\beta_s} - \frac{\gamma p_s}{\delta_s} \right) \cdot (\overline{N}_r + \overline{N}_s) + \overline{N}_r \cdot \frac{\gamma \widetilde{p}_s s \cdot (1-p_r)}{\delta_s} \right)}{\left(\frac{\gamma}{a_s} \right)^{1/\beta_s} - \frac{\gamma p_s}{\delta_s} + \frac{\gamma \widetilde{p}_s s \cdot (1-p_r)}{\delta_s}}, \quad (10)$$

$$K_s^* = \frac{\left(\frac{\gamma}{a_s} \right)^{1/\beta_s} \cdot \frac{\gamma \widetilde{p}_s s \cdot (1-p_r)}{\delta_s} \cdot \overline{N}_s}{\left(\frac{\gamma}{a_s} \right)^{1/\beta_s} - \frac{\gamma p_s}{\delta_s} + \frac{\gamma \widetilde{p}_s s \cdot (1-p_r)}{\delta_s}}, \quad (11)$$

где $\gamma = a_r \cdot \left(\frac{p_r a_r}{\delta_r} \right)^{\frac{\beta_r}{1-\beta_r}}$.

Осмысленное стационарное состояние $M^* > 0$, $K_r^* \geq 0$, $K_s^* \geq 0$ существует при следующем ограничении на параметры задачи: $\left(\frac{\gamma}{a_s} \right)^{\frac{1}{\beta_s}} \geq \frac{\gamma p_s}{\delta_s}$.

При $s = 0$ или $\widetilde{p}_s = 0$ стационарное состояние системы существует тогда и только тогда, когда выполнено следующее ограничение на параметры задачи:

$a_s \cdot \left(\frac{p_s a_s}{\delta_s} \right)^{\frac{\beta_s}{1-\beta_s}} = \gamma$. Если это условие выполнено, то стационарное состояние системы не является единственным.

Утверждение. Динамическая модель (6)–(8) обладает единственным экономически интерпретируемым равновесием (9)–(11), если выполнены следующие условия:

виз: $s \neq 0$, $\widetilde{p}_s \neq 0$, $\left(\frac{\gamma}{a_s} \right)^{\frac{1}{\beta_s}} \geq \frac{\gamma p_s}{\delta_s}$.

Всюду далее будем считать, что условия $s \neq 0$, $\widetilde{p}_s \neq 0$, $\left(\frac{\gamma}{a_s} \right)^{\frac{1}{\beta_s}} \geq \frac{\gamma p_s}{\delta_s}$ выполнены.

Проведенный анализ позволяет сделать несколько замечаний, свидетельствующих об адекватности приведенной модели. Анализ выражения (9) для M^* позволяет заключить, что стационарное значение численности переехавших из отправ-

ляющей страны в принимающую строго меньше значения $\overline{N}_s$. Действительно, поскольку $\frac{\gamma \widetilde{p}_s s \cdot (1 - p_r)}{\delta_s} > 0$, $M^* = \theta \cdot \overline{N}_s$, где $0 < \theta < 1$. Таким образом, при любых значениях параметров модели в отправляющей стране установится (в случае устойчивости стационарного состояния) численность населения $\overline{N}_s - M^*$, и отток населения прекратится. Причем чем ближе значения параметров s и $\widetilde{p}_s$ к нулю, тем ближе значение θ к единице и, соответственно, тем меньше численность населения, оставшегося в отправляющей стране. Это означает, что чем больше денежных переводов будут осуществлять мигранты в родную страну и чем больше будет доля этих сбережений, идущая на инвестиции, тем меньше будет итоговый отток населения из отправляющей страны. Все сказанное выше согласуется со здравым смыслом.

Приведем иллюстрации поведения решения системы (6)–(8), полученные для конкретных значений параметров и начальных значений в ходе численного изучения системы. Рассмотрим следующие значения параметров модели: $\alpha = 50$; $\delta_r = 0,03$; $\beta_r = 0,5$; $p_r = 0,2$; $\widetilde{a}_r = 0,15$; $\delta_s = 0,035$; $\beta_s = 0,45$; $p_s = 0,17$; $a_s = 0,14$; $\overline{N}_r = 20$; $\overline{N}_s = 35$; $s = 0,5$; $\widetilde{p}_s = 0,3$. Отметим сразу же, что параметры выбраны таким образом, что отправляющая страна оказывается менее развитой, чем принимающая, точнее, в стране-доноре коэффициент выбытия капитала выше, эластичность выпуска по капиталу ниже, норма сбережения ниже, коэффициент, характеризующий научно-технический прогресс, ниже, чем в стране-реципиенте. Стационарные значения, соответствующие указанному случаю, таковы: $M^* \approx 16,09$; $K_r^* \approx 36,09$; $K_s^* \approx 22,05$. Чтобы наглядно продемонстрировать сходимость к стационару, выберем начальные значения переменных, достаточно близкими к стационарным значениям, а именно, пусть $M(0) = 14$; $K_r(0) = 32$; $K_s(0) = 20$. Единицы измерения здесь соответствуют работе [1].

На рис. 1 представлена сходимость численности мигрантов к стационарному значению, рис. 2 иллюстрирует выравнивание производительностей труда в отправляющей и принимающей странах. Отметим, что в начале рассматриваемого периода наблюдается снижение производительности труда в принимающей стране и повышение в отправляющей, что соответствует выводам, получаемым в рамках базовой статической модели предложения труда. Тем не менее, затем снижение производительности труда в принимающей стране прекращается и переходит в незначительный рост. Основные тенденции в динамике заметны уже за первые 10 лет.

Заключение

В работе предложена математическая модель, описывающая односторонний миграционный поток, связывающий отправляющую и принимающую страны. При построении модели принято предположение, что миграция тем интенсивнее, чем выше производительность труда в стране-реципиенте по сравнению с производительностью в стране-доноре.

Приведены эмпирические подтверждения обоснованности предположения о том, что миграционные потоки идут из стран с низкой производительностью труда в страны с более высокой производительностью.

В построенной модели учтены трансферты, осуществляемые мигрантами. При этом предполагается, что денежные переводы, полученные от мигрантов, в отправляющей стране делятся на инвестиции и потребление.

Анализ модели произведен при условии, что численности собственного населе-

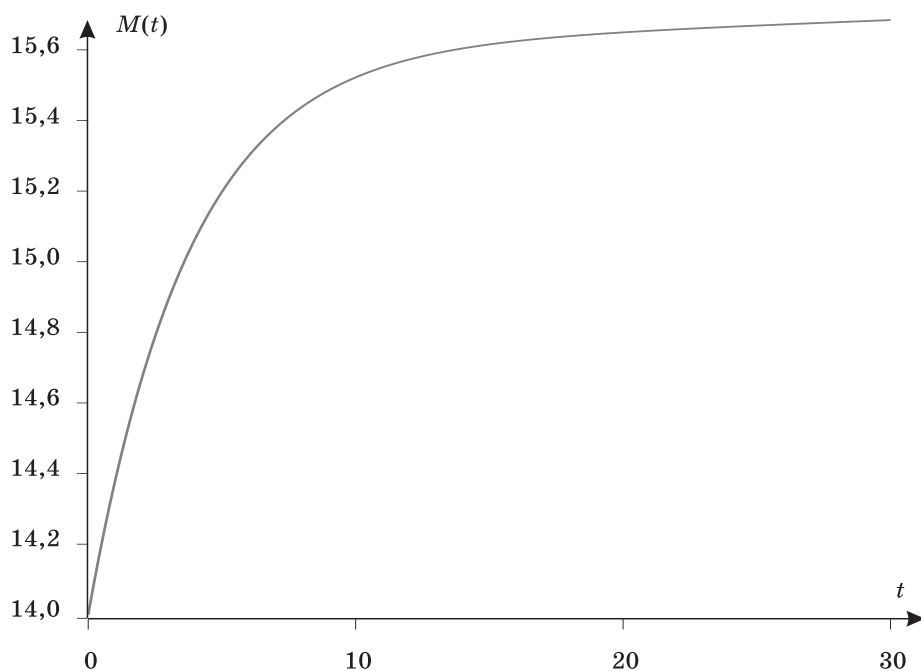


Рис. 1. Динамика численности мигрантов

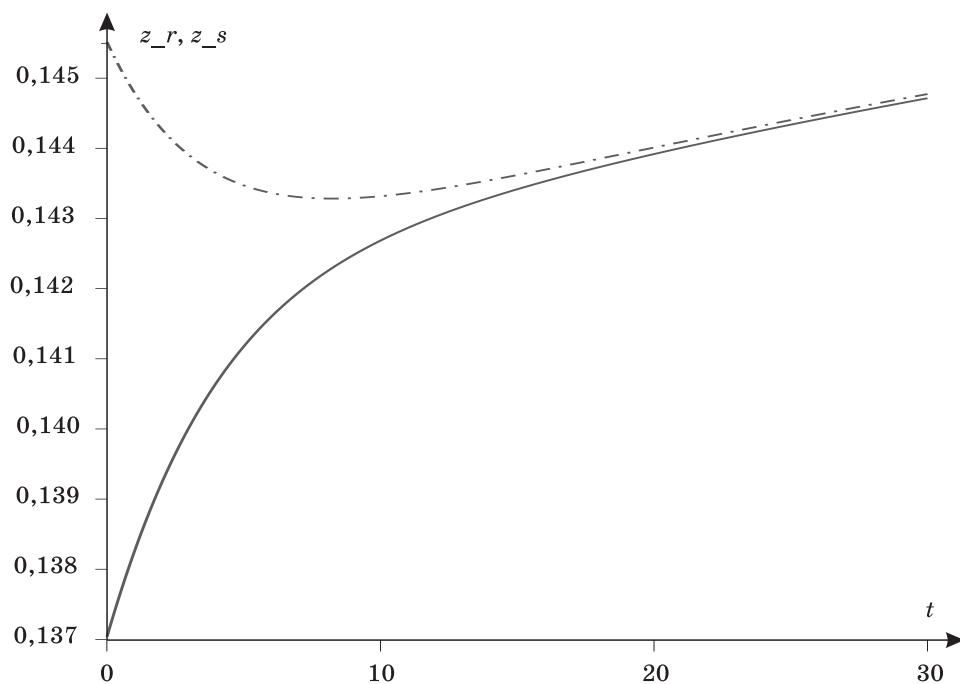


Рис. 2. Динамика производительностей труда в отправляющей и принимающей странах

ния принимающей и отправляющей стран постоянны. В таком случае математически модель представляет собой автономную нелинейную систему ОДУ третьего порядка. Найдено стационарное состояние системы, предложена его экономическая интерпретация.

Модель позволяет изучить влияние миграции на экономики принимающей и отправляющей стран. Как и ожидалось, в рамках модели с течением времени наблюдается выравнивание производительностей труда в отправляющей и принимающей странах, что согласуется с выводами, получаемыми на основе анализа базовой статической модели предложения труда.

Литература

1. Лукина А. А. Об управлении трудовой миграцией в Российскую Федерацию // Финансы и бизнес. 2015. № 2. С. 41–56.
2. Прасолов А. В. Математические методы экономической динамики. 2-е изд., испр. СПб. : Лань, 2015.
3. Bodvarsson O. B., Van den Berg H. *The Economics of Immigration. Theory and Policy*. 2 ed. Springer : 2013.
4. Harris J. R., Todaro M. P. *Migration, Unemployment and Development: A Two-Sector Analysis* // The American Economic Review, 1970. Vol. 60. Is. 1. P. 126–142.
5. Lukina A., Prasolov A. Numerical aspects of one migration model // Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA), 2014 International Conference on. P. 79–80. DOI: 10.1109/ICCTPEA.2014.6893290.
6. Lukina A., Prasolov A. A mathematical model of economic growth connecting demographic setting with controlled migration // AIP Conference Proceedings 1648, 450007 (2015). DOI: 10.1063/1.4912666.
7. Piore M. J. *Birds of Passage: Migrant Labor and Industrial Societies*. Cambridge University Press, 1979.
8. Ranis G., Fei J. C. H. A Theory of Economic Development // The American Economic Review. Vol. 51. N 4 (Sep. 1961). P. 533–565.
9. Rapoport H., Docquier F. The Economics of Migrants' Remittances // IZA DP No. 1531 (March 2005).
10. Stark O., Bloom D. E. The New Economics of Labor Migration // The American Economic Review. Vol. 75. N 2. Papers and Proceedings of the 97th Annual Meeting of the American Economic Association (May, 1985). P. 173–178.
11. Wallerstein I. *The Modern World-System. Capitalist Agriculture and the Origins of the European World Economy in the Sixteenth Century*. Academic Press, 1974.

References

1. Lukina A. A. *About management of labor migration to the Russian Federation* [Ob upravlenii trudovoi migratsiei v Rossiiskuyu Federatsiyu] // Finance and business [Finansy i biznes]. N 2. 2015. P. 41–56. (rus)
2. Prasolov A. V. *Mathematical methods of economic dynamics* [Matematicheskie metody ekonomicheskoi dinamiki]. 2 ed. SPb. : Lan [Lan'], 2015. (rus)
3. Bodvarsson O. B., Van den Berg H. *The Economics of Immigration. Theory and Policy*. 2 ed. Springer : 2013.
4. Harris J. R., Todaro M. P. *Migration, Unemployment and Development: A Two-Sector Analysis* // The American Economic Review, 1970. Vol. 60. Is. 1. P. 126–142.
5. Lukina A., Prasolov A. Numerical aspects of one migration model // Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA), 2014 International Conference on. P. 79–80. DOI: 10.1109/ICCTPEA.2014.6893290.
6. Lukina A., Prasolov A. A mathematical model of economic growth connecting demographic setting with controlled migration // AIP Conference Proceedings 1648, 450007 (2015). DOI: 10.1063/1.4912666.
7. Piore M. J. *Birds of Passage: Migrant Labor and Industrial Societies*. Cambridge University

- Press, 1979.
8. Ranis G., Fei J. C. H. *A Theory of Economic Development* // The American Economic Review. Vol. 51. N 4 (Sep. 1961). P. 533–565.
 9. Rapoport H., Docquier F. *The Economics of Migrants' Remittances* // IZA DP N 1531 (March 2005).
 10. Stark O., Bloom D. E. *The New Economics of Labor Migration* // The American Economic Review. Vol. 75. N 2. Papers and Proceedings of the 97th Annual Meeting of the American Economic Association (May, 1985). P. 173–178.
 11. Wallerstein I. *The Modern World System. Capitalist Agriculture and the Origins of the European World Economy in the Sixteenth Century*. Academic Press, 1974.